① ρの求め方

Figure Aで $\vec{f} = (0, d\tan\alpha, -d)$

$\vec{t} = (X, Y, -d)$ ← xはXで、yはYで代用

とする。

ベクトルの内積の公式から、

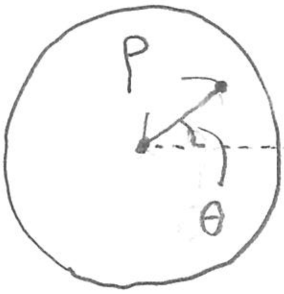
$$\cos\rho = \frac{\vec{f}\cdot\vec{t}}{|\vec{f}||\vec{t}|} = \frac{0\cdot X + d\tan\alpha Y + d^2}{\sqrt{d^2\tan^2\alpha + d^2}\sqrt{X^2+Y^2+d^2}}$$

$d\cdot\frac{1}{\cos\alpha}$

$$= \frac{Y\sin\alpha + d\cos\alpha}{\sqrt{X^2+Y^2+d^2}}$$

$$\therefore \rho = \arccos\left(\frac{y\sin\alpha + d\cos\alpha}{\sqrt{x^2+y^2+d^2}}\right)$$

Xをxに
Yをyに
変数化した。



網膜座標 (ρ, θ)

<以上>

② θの求め方

$T(x, y, 0)$を$T(X, Y, 0)$として計算

まず、T'の座標を求める。

$\vec{t}$の乗った直線は、
$$\frac{x-X}{X}=\frac{y-Y}{Y}=\frac{z}{-d} \quad \cdots\cdots ①$$

$\vec{s}$に垂直な面(みかけの視野)は、

ベクトル(a, b, c)に垂直な面は$ax+by+cz+d=0$なので

$$0\cdot x+d\tan\alpha\cdot y+(-d)\cdot z+C=0$$

$$\therefore\ d\tan\alpha\cdot y-d\cdot z+C=0$$

このような面でFを通るものは、

$$d\tan\alpha\cdot d\tan\alpha-d\cdot 0+C=0$$

$$\therefore\ C=-d^2\tan^2\alpha$$ なので面は

$$d\tan\alpha\cdot y-d\cdot z-d^2\tan^2\alpha=0$$

$$\therefore\ \tan\alpha\cdot y-z-d\tan^2\alpha=0 \quad \cdots\cdots ②$$

T'の座標を(X', Y', Z')とすると、①と②の交点であるから

①より $y=-\frac{Y}{d}z+Y$ なので これを②に代入すると

$$\tan\alpha\left(-\frac{Y}{d}z+Y\right)-z-d\tan^2\alpha=0$$

両辺にdをかけて $-Y\tan\alpha\cdot z+dY\tan\alpha-dz-d^2\tan^2\alpha=0$

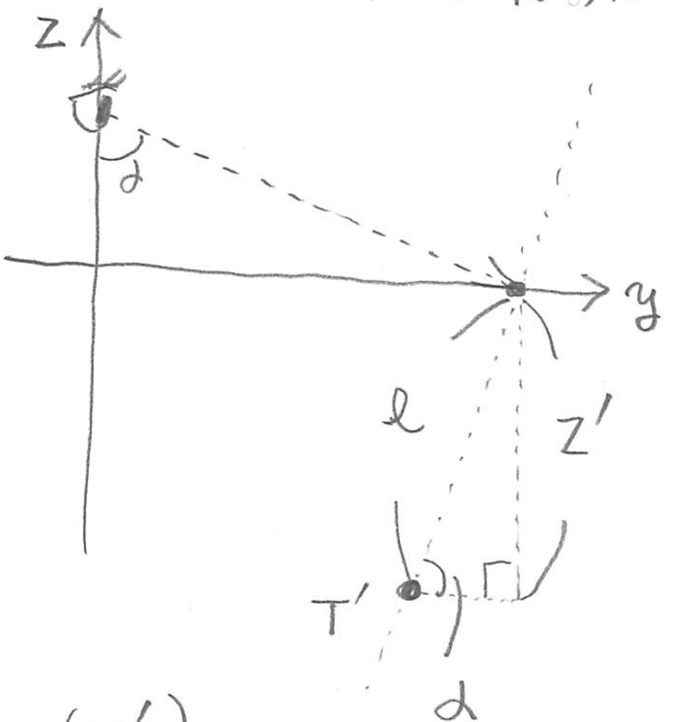
$$(d+Y\tan\alpha)z=dY\tan\alpha-d^2\tan^2\alpha$$

〈続く〉

θの求め方・その2

$$\therefore \quad Z = \frac{dY\tan\alpha - d^2\tan^2\alpha}{d + Y\tan\alpha} \qquad (= Z') \quad \cdots\cdots ③$$

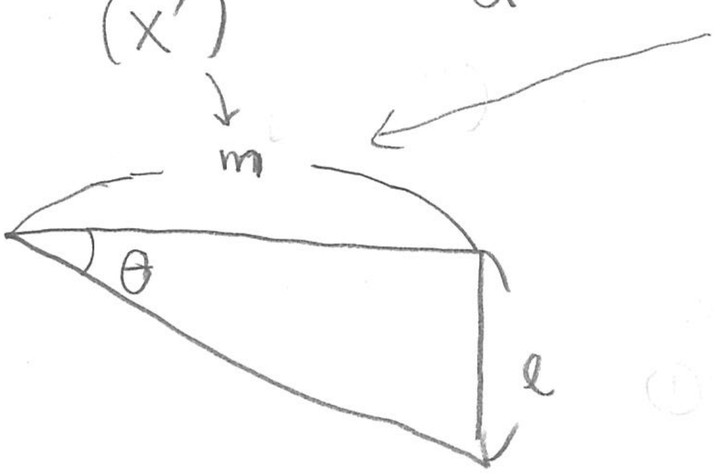
Figure A を x軸に垂直に xのプラス側から眺めると下図となる。ここで求めたいのは l である。



$Z' = l\sin\alpha$ であるから、

$$l = \frac{Z'}{\sin\alpha} = \frac{dY\tan\alpha - d^2\tan^2\alpha}{\sin\alpha(d + Y\tan\alpha)}$$

θを求めるには、l 以外に、m が必要である。この m は T' の x座標値 X' であるから、X' を求める。



①と③より、
$$\frac{x - X}{X} = \frac{z}{-d} = \frac{-Y\tan\alpha + d\tan^2\alpha}{d + Y\tan\alpha}$$

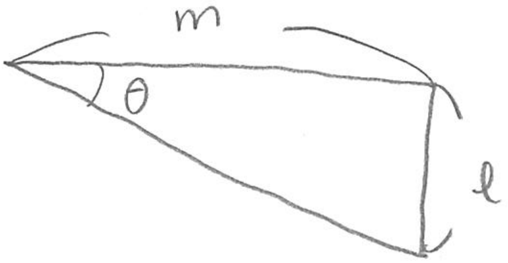
$$x = \frac{-XY\tan\alpha + dX\tan^2\alpha}{d + Y\tan\alpha} + X$$

<続く>

θの求め方・その3

$$x = \frac{-XY\tan\alpha + Xd\tan^2\alpha + Xd + XY\tan\alpha}{d + Y\tan\alpha}$$

$$= \frac{Xd\tan^2\alpha + Xd}{d + Y\tan\alpha} \qquad (= X' = m)$$



$$\therefore \tan\theta = \frac{l}{m} = \frac{\dfrac{dY\tan\alpha - d^2\tan^2\alpha}{\sin\alpha(d + Y\tan\alpha)}}{\dfrac{Xd\tan^2\alpha + Xd}{d + Y\tan\alpha}}$$

$$= \frac{Y\tan\alpha - d\tan^2\alpha}{X\underbrace{(\tan^2\alpha + 1)}_{\frac{1}{\cos^2\alpha}}\cdot\sin\alpha}$$

$$= \frac{Y\cos\alpha\sin\alpha - d\sin^2\alpha}{X\cdot\sin\alpha} = \frac{Y\cos\alpha - d\sin\alpha}{X}$$

$$\therefore \theta = \arctan\left(\frac{y\cos\alpha - d\sin\alpha}{x}\right)$$

Xをx
Yをyと変数とした。

by 北園 明佳
2007.1.23.

＜以上＞