

# 論理的推論への確率論的アプローチ

服部 雅史<sup>†</sup>

立命館大学 文学部

本研究では、論理的推論に対して確率論的にアプローチすることにより、適応的観点から人間の推論の合理性について検討した。まず、Wason 選択課題を用いた実験データの分析から、これまで非論理的とされてきた解が、稀少性仮説と双条件性仮説のもとで合理的な選択とみなされることがわかった。次に、 $2 \times 2$  分割表に関する指標群を用いた2つのシミュレーションから、因果帰納とは、稀少性と双条件性を満たす関係性の検出であって、人間はそのために最も有効で効率的なヒューリスティクスを用いていることがわかった。これら2つの分析から明らかになったのは、人間の条件文の運用における適応的合理性である。このような人間の思考の合理性は、従来の論理学を規範とする視点からは見えなかったものであり、論理的推論に対する確率論的アプローチによってはじめて明らかになった。

## 1 合理性と論理性

日常生活において「論理的」という場合の論理と、論理学の論理には隔たりがある。例えば、「合格したら電話する」と言っていた友人から電話をもらって、思わず「おめでとう」と言ったとしても、誰もそのことを非論理的とは思わないだろう。これは、古典論理学での後件肯定の誤謬という推論形式であるが、そのことを知っているかどうかは、おそらくあまり関係ない。現実世界では、論理学で許されない推論が、社会的あるいは実際的に望ましい場合さえ多い。

これまで人間の推論研究は、演繹と帰納に、より端的に言えば演繹と演繹以外に二分されてきたと言える。その理由は、おそらく古典論理学という規範が存在したために、演繹的推論は分析がしやすく、また特別視されやすかったからであろう。さらに、その背景には、合理的な思考の法則を定式化したものが論理学だと考えられていた(例えば、Boole, 1854/1958)ように、論理性と合理性が同一視されてきたという歴史的経緯も大きく関係している。しかし、計算機科学の進展により、計算至難性(computational intractability)やフレーム問題(frame problem)(McCarthy & Hayes, 1969)などの重要な問題が認識されるにつれ、実動システムにおける論理主義の破綻は決定的なものとなってきた。したがって、論理学は、人間の推論を扱うための計算論的水準の理論とはなり得ないと言える(Oaksford & Chater, 1991)。

論理性と合理性の間に相容れない部分があるとするれば、演繹と帰納の区別はあまり意味のないものかもしれない。もちろん、推論方式としての分類に意味はあるが、人間の推論研究のアプローチとしては、これらを必要以上に区別しない方がむしろ生産的であろう(Holland, Holyoak, Nisbett, & Thagard, 1986)。本研究では、このような考え方に基づいて、論理的推論に対して確率論的にアプローチすることにより、適応的観点から人間の推論の合理性について検討した。

## 2 仮説検証の観点から

演繹的推論課題と思われていたものを帰納的推論課題として捉え直すことによって、課題の別の側面が見えてくることがある。そのような研究上の視点の転換は、それまで非合理的なバイアスと捉えられていた被験者の反応を、それ以上のものとして捉える可能性を開く。

Wason 選択課題(Wason, 1966)は、推論の心理学において、これまで最も多くの研究を生んできた課題である(Evans, Newstead, & Byrne, 1993)。そのオリジナル版では、実験者は「もし片面に母音があれば( $p$ )、別の面には偶数がある( $q$ )」という規則と、E( $p$ )、K( $\neg p$ )、4( $q$ )、7( $\neg q$ )という4枚のカードを被験者に示す。各カードは、片面には文字、別の面には数字が書かれている。被験者には、規則が真か偽かを定めるためには、どのカードを裏返すべきかが問われる。この課題の論理的正解は、「Eと7」( $p$ と $\neg q$ )であるが、一般の大学生を被験者とした実験での正

<sup>†</sup>Email: hat@lt.ritsumeai.ac.jp

答率はかなり低い。

この課題は、従来、条件文に関する演繹的推論課題として研究されてきた。確かに、「もし母音ならば偶数」という規則は論理的規則であるが、この課題では、規則を使った推論結果ではなく、カードの選択が求められる。したがって、この課題には、規則に関する論理的側面と、カードの選択に関する意思決定の側面の2面性があると捉えるべきである。ところが、後者の側面が研究者に明確に意識されて理論化されたのは、1990年代に入ってからである (Kirby, 1994; Oaksford & Chater, 1994; Manktelow & Over, 1991)。

1980年代までの Wason 選択課題に関する研究成果の大半が、課題の主題性や状況理解が条件文推論に対して及ぼす効果を研究するというスタンスでなされたものである。実際、課題を主題的にするとなぜできるようになるかについて、多くの有用な研究結果が得られたが、オリジナル版の抽象課題がなぜできないかについては、主題的でないからという消極的な説明しか与えられてこなかった。しかし、これは説明としては不十分である。なぜならば、人間は  $1 + 2 = 3$  のような非常に抽象的な算数課題を、難なく解くことができるからである。

Wason 選択課題の2面性を、Bayes 的仮説検証の観点から確率的に形式化した最適データ選択 (optimal data selection) モデル (Oaksford & Chater, 1994; Hattori, 2002) は、抽象課題の正答率が低い理由をうまく説明した。すなわち、従来、漠然と「課題が抽象的だから」とか「確証バイアス」などと捉えられてきた被験者のパフォーマンスを、環境における最適化された行動の1つと捉えた。以下では、Hattori (2002) に基づき、定量的最適データ選択 (QODS) モデルの概要を説明する。

## 2.1 定量的最適データ選択 (QODS) モデル

### 2.1.1 課題の形式化

Wason 選択課題を確率論的に形式化することにより、課題における被験者の行動を Bayes 的な仮説検証の枠組みでモデル化することが可能になる。選択課題における規則 ( $r$ : 「もし  $p$  ならば  $q$ 」) を検証されるべき仮説と考え、対立仮説を  $\bar{r}$ : 「 $p$  と  $q$  は独立」とする。すると、仮説  $r$  は表 1 の左、仮説  $\bar{r}$  は右に示すような同時確率分布によってあらわされる。

この表において、 $x_0$  と  $y_0$  は、それぞれ、 $P(p|r)$  と  $P(q|r)$  をあらわす。これらは、それぞれ、仮説  $r$  が与えられたとき (すなわち、その信念が真である場合)

表 1 規則「もし  $p$  ならば  $q$ 」( $r$ ) と「 $p$  と  $q$  は独立」( $\bar{r}$ ) の同時確率分布

		$r$		$\bar{r}$	
		$q$	$\neg q$	$q$	$\neg q$
$p$	$x_0$	0	$x_1 y_1$	$x_1 \bar{y}_1$	
$\neg p$	$y_0 - x_0$	$1 - y_0$	$\bar{x}_1 y_1$	$\bar{x}_1 \bar{y}_1$	

注)  $x_0 = P(p|r)$ ,  $y_0 = P(q|r)$ ;

$x_1 = P(p|\bar{r})$ ,  $y_1 = P(q|\bar{r})$ ,  $\bar{x}_1 = 1 - x_1$ ,  $\bar{y}_1 = 1 - y_1$ .

の前件  $p$  の確率と、仮説  $r$  が与えられたときの後件  $q$  の確率をあらわす。同様に、 $x_1$  と  $y_1$  は、それぞれ  $P(p|\bar{r})$  と  $P(q|\bar{r})$  をあらわす。

### 2.1.2 カード選択傾向のモデル化

一般に、カードを裏返すことは、仮説の真偽についての何らかの情報をもたらす。もし、 $p$  カードを裏返して裏側が  $\neg q$  だったら、このデータは仮説  $r$  を反駁し、不確実性を完全に取り除く。一方、もし裏側が  $q$  だったら、このデータは仮説  $r$  を支持し、仮説  $r$  に対する確信度は増す。これは、不確実性がある程度減ることを意味する。

不確実性減少の期待量が増えれば、人はそのカードを裏返す傾向が強くなると仮定する (これを低エントロピー指向性と呼ぶことにする)。不確実性の減少の程度は、情報を得る前と後のエントロピーの差によって定義できる。例えば、母音カードを裏返すことによって獲得される規則の妥当性についての不確実性の期待減少量は、母音カードが上向きに置かれているときのエントロピーと、母音カードの反対側に偶数または奇数が現れたときのエントロピーの差として定義される。形式化のため、 $p, \bar{p}, q, \bar{q}$  がそれぞれ母音、子音、偶数、奇数をあらわすとし、 $P = \{p, \bar{p}\}$ ,  $Q = \{q, \bar{q}\}$  とすると、母音カードを裏返すことによる不確実性減少の期待値 (期待獲得情報量) は、 $H(R|p) - H(R|Q, p)$  と書くことができる。これを  $I(p)$  と略記することとすると、カード  $x \in P \cup Q$  を裏返すことによる期待獲得情報量は次のように定義できる。

$$I(x) \triangleq H(R|x) - H(R|Y, x). \quad (1)$$

ここで、 $Y = P, Q$  かつ  $Y \neq x$  である (例えば、 $x$  が  $p$  または  $\bar{p}$  のとき、 $Y$  は  $Q$  となる)。

選択課題におけるカード選択は競合的事態とみなされるべきである。そこで、以下のように、カード  $x$  の期待獲得情報量  $I(x)$  を、全カードの期待獲得情報量の和で除すことによって尺度化する。これを尺度

表 2 標準抽象課題の研究の選択頻度データ, 最尤推定値 (MLE) の適合度

No	Study	Experiment, Condition	N	Data				Goodness-of-fit	
				$R(p)$	$R(\bar{p})$	$R(q)$	$R(\bar{q})$	$G^2$	$P$
1	Wason (1968)	expt 1, expt group	18	1.00	.17	.78	.28	5.9	.05
2	Wason (1968)	expt 1, control group	16	1.00	.06	.69	.13	1.3	.53
3	Wason (1968)	expt 2	26	1.00	.12	.50	.12	1.2	.56
4	Evans & Lynch (1973)	a/a	24	.88	.08	.50	.33	1.5	.47
5	Manktelow & Evans (1979)	expt 1, abstract, a/a	24	.96	.13	.63	.33	2.7	.26
6	Manktelow & Evans (1979)	expt 2, abstract, a/a	24	.83	.17	.67	.25	0.1	.96
7	Manktelow & Evans (1979)	expt 3, abstract, a/a	16	.88	.38	.56	.38	2.8	.25
8	Manktelow & Evans (1979)	expt 4, abstract, a/a	16	.69	.00	.63	.13	9.1	.01
9	Manktelow & Evans (1979)	expt 5, abstract, a/a	16	.88	.13	.81	.06	0.6	.73
10	Griggs & Cox (1982)	expt 1, abstract, a/a	32	1.00	.06	.63	.06	2.1	.35
11	Griggs (1984)	expt 1, t/f, non-mem	25	.84	.16	.52	.08	4.9	.09
12	Chrostowski & Griggs (1985)	expt 2, t/f, non-mem	60	.97	.07	.78	.08	0.8	.68
13	Hoch & Tschirgi (1985)	bachelor, standard	25	.88	.24	.60	.40	2.0	.37
14	Valentine (1985)	t/f, a/a	24	.83	.13	.58	.25	0.5	.76
15	Yachanin (1986)	expt 2, t/f, abstract	20	.95	.20	.70	.30	2.6	.27
16	Beattie & Baron (1988)	expt 1, 4-card, a/a	18	.94	.06	.56	.06	1.4	.51
17	Oaksford & Stenning (1992)	expt 2, abstract, a/a	24	.79	.25	.63	.21	0.6	.73
18	Oaksford & Stenning (1992)	expt 3, colored shape, a/a	24	.63	.29	.63	.29	0.3	.85
19	Oaksford & Stenning (1992)	expt 3, vowel-even, a/a	24	.96	.17	.71	.29	3.1	.21
20	Oaksford & Stenning (1992)	expt 3, control, a/a	24	.88	.17	.50	.17	1.3	.53

化情報量 (scaled information measure) と呼ぶ。

$$I_s(x) \triangleq \frac{I(x)}{\sum_{x_i \in P \cup Q} I(x_i)}. \quad (2)$$

ここで,  $i$  は 4 枚のカードをあらわす添字である。

カードの潜在的情報量と, それが裏返される傾向との間の関係が, 選択傾向関数 (selection tendency function; STF)  $f$  によって定義される。Wason 課題における規則に関する主観的確率  $P(p)$ ,  $P(q)$ ,  $P(r)$  が与えられれば, 式 (1) と (2) から, 各カード  $x$  について尺度化情報量  $I_s(x)$  が計算でき,  $I_s(x)$  は, STF により, カード選択傾向 (すなわち, 被選択確率)  $T(x)$  に対応づけられる。カード選択傾向  $T(x)$  は, 任意の被験者群のカード選択比率  $R(x)$  として現実化する。言い換えれば,  $T(x)$  は  $R(x)$  の推定値である。いま,  $d$  をカード  $x$  の観察された選択数,  $N$  を全被験者数として,  $R(x) = d/N$  が与えられたとする。  $R(x)$  は二項分布  $B(N, T)$  であらわされるので,  $d$  のベクトル  $D$  の尤度関数は次のようになる。

$$\text{like}(D) = \prod_i \binom{N}{d_i} T(x_i)^{d_i} (1 - T(x_i))^{N-d_i}. \quad (3)$$

この関数を最大化するような  $P(p)$  と  $P(q)$  のペアが, データ  $R(x)$  の最尤推定値 (maximum likelihood estimates; MLE) となる。

この推定のためには,  $I_s(x)$  を  $T(x)$  に単調に写像する STF  $f$  が特定される必要がある。そこで,  $f$  を次のようなロジスティック関数と仮定する。

$$T(x) = f[I_s(x)] = \frac{1}{1 + e^{-Z(x)}}. \quad (4)$$

ここで,  $Z(x) = a + bI_s(x)$  である。

式 (4) のパラメータ  $a, b$  は, 実験データ  $R(x)$  から最尤推定法によって求められる。抽象課題を用いて

標準的な手続きで行われた 20 の実験 (表 2) のデータから,  $a = -2.43$  および  $b = 9.27$  と推定された。

## 2.2 メタ分析 1: モデルの検証

STF の推定パラメータ  $a, b$  は一般に半固定と見なされるが, 主観的確率の推定値  $P(p)$ ,  $P(q)$  は, 確率的情報の変化に応じて実験毎に異なり得る。ここでは, データから  $P(p)$  と  $P(q)$  の最もよい適合値を推定することにより, モデルがデータに対していかによく適合するかを評価し, 同時に, 各課題において  $P(p)$  と  $P(q)$  の値がどのような関係になっているかを明らかにすることを目的として, 過去の文献のデータを用いてメタ分析を行った。

### 2.2.1 方法

主観的確率  $P(p)$  と  $P(q)$  が与えられると, 4 枚のカードのそれぞれの期待獲得情報量  $I(x)$ , および尺度化情報量  $I_s(x)$  が計算できる<sup>1</sup>。その  $I_s(x)$  から, STF  $f(x)$  により, 各カードの選択傾向  $T(x)$  を求めることができる。逆に, 選択頻度の実験データから, 被験者の潜在的な主観的確率を推定することができる。  $P(p)$  と  $P(q)$  を推定するためには, 上で述べた STF 推定と同様の方法を用いることができる。ただし,  $a, b$  はすでに決定しているので, 式 (3) に大局的最大値を与えるような  $P(p)$  と  $P(q)$  の値を求めればよい。このような方法により, 過去の文献の実験データ (表 2 参照) について主観的確率  $P(p)$  と  $P(q)$  を推定した。

<sup>1</sup> ここでは  $P(r) = .5$  と仮定している (その根拠については, Hattori, 2002, p. 1247 を参照)。

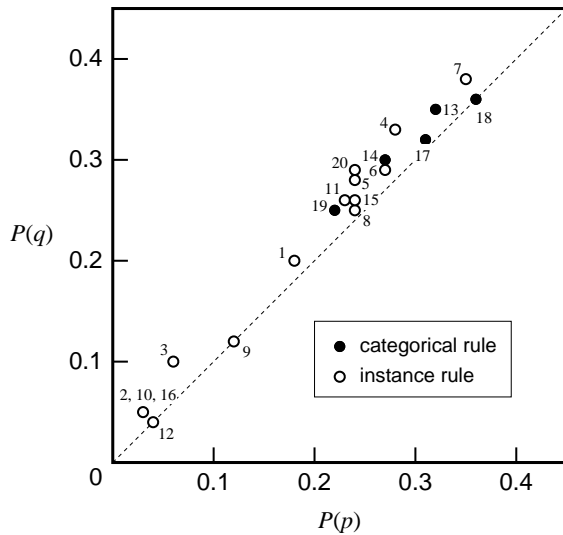


図1 さまざまな種類の抽象課題の主観的確率  $P(p)$  と  $P(q)$  の推定値．各点の隣の数字は、表2の番号に対応している．

### 2.2.2 結果および考察

推定に用いたデータおよび結果の適合度は表2に、また、その推定値の散布図が図1に示されている．表2によれば、 $P < .01$  の水準を仮定すると、モデルは1つの実験についてのみ棄却された(.05はモデルを棄却するには不当に大きいと考えられる、Read & Cressie, 1988, 参照)．よって、この結果は、モデルのデータに対するよい適合を示している．

$P(p)$ ,  $P(q)$  の推定結果は、図1に丸印(黒丸または白丸)で記されている．すべての点は、ほぼ  $P(p) < .40$  かつ  $P(q) < .40$  の範囲に分布している．この結果は、Oaksford & Chater (1994) の稀少性仮説 (rarity assumption) を支持するだけでなく、次に述べるような重要な特徴を示している．

推定値は、すべて  $P(q) = P(p)$  の線の近くにある．この結果は、被験者の双条件解釈傾向に対応する．もし、与えられた規則が双条件文(すなわち、「もし  $p$  ならばそのときだけ  $q$ 」)ならば、表1の  $y_0 - x_0$  は常に0となり、 $x = y$ 、すなわち  $P(p) = P(q)$  となる．つまり、推定値がこの線の近くにある場合、条件文規則が双条件的に解釈されていると言える．

一般に、 $P(p)$  や  $P(q)$  についての情報がないとき、条件文推論において想定される主観的確率のデフォルト値は、 $P(p) \approx P(q)$  の関係にあると考えることが可能で、これを双条件性仮説 (biconditionality assumption) と呼ぶことにする．条件文が双条件文として解釈される傾向については、これまでもしばしば論

じられてきた(例えば、Taplin, 1971; Geis & Zwicky, 1971; Rips & Marcus, 1977; Staudenmayer, 1975)．しかし、真理関数的観点に基づく双条件解釈説によれば、Wason 選択課題において、被験者が4枚全てのカードを裏返すことを予測し、最もよく見られる  $p$  と  $q$  のカードの選択を説明できない．双条件性仮説の新しい点は、条件文の双条件性を確率論的観点から捉えた点である．すなわち、「もし  $p$  ならば  $q$ 」という条件文が与えられたとき、 $p$  と  $q$  の集合サイズがほぼ等しく、かつ互いに大部分がオーバーラップするような関係がデフォルトで想定されるとする．図1は、Wason 課題における被験者のパフォーマンスをうまく説明するためには、稀少性仮説に加えてこの双条件性仮説を前提とする必要があることを端的に示している．では、なぜ双条件性仮説が必要とされるのであろうか．次節では、そのことを明らかにするために、帰納の観点から行った研究について述べる．

## 3 因果帰納の観点から

条件文によって表現される2事象間の関係を探るための方法としては、与えられた条件文に基づく推論パフォーマンスを調べる方法以外に、2つの事象がどのような生起関係になっているとき、その関係が条件文によって表現されるかを探る方法も有効と考えられる．また、条件文は、明示的あるいは暗黙に因果関係を含む場合が多く、逆に、因果叙述文は条件形式によって表現されることが多い．そこで本節では、因果帰納の観点から双条件性仮説の意味に迫る．

### 3.1 二要因ヒューリスティックス (DH) モデル

時々刻々と変化する環境において、より適応的に生きるためには、現在の状況から、近い将来をできるだけ正確に予測する必要がある．そのために、ひとは長い進化の過程の中で、世界で起こる出来事を因果という関係性によって把握する性向を獲得してきたと考えられる(戸田, 1986)．因果性の概念や因果知覚のしくみについては、哲学や心理学において多くの議論が繰り広げられてきたが、ここでは議論には立ち入らず、少なくとも初期の(多くの背景知識を要求しない)因果帰納に関しては、共変動 (covariation) 情報に基づいて因果性が知覚されると仮定する．

原因候補事象 ( $p$ ) と結果事象 ( $q$ ) という2事象間の共変動情報は、表3のような  $2 \times 2$  分割表によって表現できる．この表の各セル ( $a, b, c, d$ ) には、2事象

表 3 2 事象間の共変動情報をあらわす 2 × 2 分割表

		Posterior Events	
		$q$	$\bar{q}$
Prior Events	$p$	$a$	$b$
	$\bar{p}$	$c$	$d$

注) 先行事象 (prior events) と後続事象 (posterior events) の組合せの具体例は, 原因-結果 (因果関係), 予測-予報-現実 (天気予報, FOK), 刺激-反応-選択 (再認記憶, 知覚反応) など多岐にわたる。

の生起・不生起の各組み合わせの頻度が入る。共変動情報に基づく因果帰納モデルとしては, いくつかのものが提案されてきたが, 因果帰納の認知や条件づけ学習などの異なる観点から, 以下の  $\Delta P$  に着目する随伴性モデル (contingency model) が提案されてきた (例えば, Jenkins & Ward, 1965; Ward & Jenkins, 1965; Rescorla, 1968; Allan & Jenkins, 1980; Cheng & Novick, 1992; Allan, 1993)。

$$\Delta P \triangleq P(q|p) - P(q|\bar{p}) = \frac{ad - bc}{(a + b)(c + d)} \quad (5)$$

一方, 服部 (2001a) は, 随伴性モデルとは異なる観点から, 二要因ヒューリスティクス (dual-factor heuristics; DH) モデルを提案し, それが実験データに対してよりよくフィットすることを示した。DH モデルは, 因果帰納のために, 結果の予測可能性  $P(q|p)$  と原因の適合性  $P(p|q)$  の 2 つの要因を同程度に重視する。ここでは, 因果性の強度を扱えるように, DH モデルを以下のように拡張的に定義しておく (服部,

2001b, 2001c)。すなわち, この 2 つの確率の (幾何) 平均値  $H$  が因果性の強さを決定すると仮定する。

$$H \triangleq \sqrt{P(q|p)P(p|q)} = \frac{a}{\sqrt{(a + b)(a + c)}} \quad (6)$$

### 3.2 シミュレーション 1: 有効性と節約性

服部 (2001b, 2001c) は, 2 × 2 分割表に関する 24 個のモデル (表 4 参照) をメタ分析と実験により比較検討し, 記述的妥当性の観点から DH モデルが圧倒的に優れていることを示した。このことは, このモデルの前提となった仮説, すなわち, 因果関係の認知には, 結果の予測可能性と原因の適合性の 2 つの要因が両方とも関係しているというモデルの前提となる仮説が支持されたことを意味する。これは, 双条件性が守られているときに因果関係が認知されやすいことを示している。それでは, この 2 つの要因を同程度に考慮すること, つまり双条件性を検出することが, 現実的にどのようなメリットをもたらすのであろうか。人間が, このような指標  $H$  に基づいて因果関係を認知しているならば, そこには適応的観点から合理的な理由が存在すると考えられる。

ここでは, Anderson (1990) の合理分析 (rational analysis) の考え方にしたがって, 環境の構造とそこでの最適性を分析することにより, DH モデルの現実的 (適応的) メリットを明らかにするためのシミュレーションを行った。一般に, 現実世界における人間の判断は, 標本に基づくものである。そこで, 環境から無作為抽出される標本の特性と, その標本において  $H$  と高い相関を示す指標を明らかにすることにより,

表 4 因果・相関・一致度に関する種々の確率モデル (一部抜粋)

DH モデル	$H \triangleq \sqrt{P(q p)P(p q)}$
随伴性モデル	$\Delta P \triangleq P(q p) - P(q \bar{p})$
パワー PC モデル (Cheng, 1997)	$PW \triangleq \Delta P / (1 - P(q \bar{p}))$
信号検出理論測度 (Tanner & Swets, 1954)	$SDT \triangleq \Phi [\Phi^{-1} [d / (c + d)] - \Phi^{-1} [b / (a + b)]]$
正答率 1	$C \triangleq a / (a + b)$
正答率 2	$PC \triangleq (a + d) / N$
Inhelder & Piaget (1958)	$R \triangleq [(a + d) - (b + c)] / N$
四分点相関係数	$\phi \triangleq (ad - bc) / \sqrt{(a + b)(c + d)(a + c)(b + d)}$
カイ二乗統計量	$\chi^2 \triangleq N(ad - bc)^2 / (a + b)(c + d)(a + c)(b + d)$
Yule の連関係数	$Q \triangleq (ad - bc) / (ad + bc)$
Goodman & Kruskal (1954) の予測指数	$\lambda \triangleq \frac{\max(a,b) + \max(c,d) + \max(a,c) + \max(b,d) - \max(a+b,c+d) - \max(a+c,b+d)}{\min(a+c,b+d) + \min(a+b,c+d)}$
Kappa 統計量 (Cohen, 1960)	$\kappa \triangleq 2(ad - bc) / [(a + b)(b + d) + (a + c)(c + d)]$
技能検査	$S_k \triangleq 4(ad - bc) / N^2$
Mill (1843/1973) の差異法の確率的解釈	$M \triangleq P(p q) - P(p \bar{q})$
Good (1961) の因果モデルの変形	$G \triangleq [P(\bar{q} \bar{p}) - P(\bar{q} p)] / [P(\bar{q} \bar{p}) + P(\bar{q} p)]$
Suppes (1970) の因果モデル	$S \triangleq P(q p) - P(q)$

注) 表中の  $a, b, c, d$  は, それぞれ  $pq, p\bar{q}, \bar{p}q, \bar{p}\bar{q}$  の事象頻度を,  $N = a + b + c + d$  を表す。

指標  $H$  の性質を調べた。特に、母集団の  $P(p)$ ,  $P(q)$ , 標本数  $N$  との関係に注目した。

### 3.2.1 方法

まず、母集団のパラメータを以下のように定めた。母集団の原因候補事象  $p$  と結果事象  $q$  の生起確率、 $P(p)$  および  $P(q)$  は、いずれもベータ分布  $Beta(x, 10 - x)$ ,  $x = 1, 2, \dots, 9$  にしたがう乱数として発生させた。この場合、確率密度関数の平均値は、順に .10, .20,  $\dots$ , .90 となる。母集団の  $p$  と  $q$  がいずれも同一のベータ分布にしたがう結果、 $P(p) \approx P(q)$  となる。双条件性仮説が正しいとすれば、因果叙述文において言及される原因事象と結果事象はほぼ同じ生起確率を持つことになるため、このような制約を積極的に組込んだ。また、 $p$  と  $q$  の関連性の強さを定める母集団の  $P(p, q)$  は、一様分布により決定した。

次に、以上によって定まる母集団からの標本抽出方法を以下のように定めた。各セルに付与された確率値にしたがい、多項抽出 (multinomial sampling) モデルにより  $N$  個の標本抽出を 1 回行った。標本数  $N (= a + b + c + d)$  は、正規分布  $N(7y, y^2)$ ,  $y = 1, 2, 4, 8$  にしたがう乱数として発生させた。標本数は、短期記憶の容量  $7 \pm 2$  (Miller, 1956) を意識してこのような値とした。なお、標本抽出の際、 $(a + b)$ ,  $(c + d)$ ,  $(a + c)$ ,  $(b + d)$  のいずれかでも 0 になると  $\phi$  が定義されないため、その場合は再抽出した。また、抑制性の原因は扱わないので  $ad \geq bc$  とした。

以上の手順で、抽出の度に新たな母集団を発生させて、計 100 回の抽出を行った。こうして得られた 100 組の標本から、24 個 (表 4 参照) の各指標間の決定係数 ( $r^2$ ) を計算して決定係数行列を求めた。これを、 $P(p)$  の平均値 ( $x$ ) と標本数 ( $y$ ) の各組合せ ( $4 \times 4 = 36$  通り) について行い、36 個の決定係数行列群を求めた。ただし、100 組の標本による決定係数では値が安定しないので、同様の操作を 30 回繰り返して平均し、最終的な決定係数行列群とした。

### 3.2.2 結果および考察

まず、全体的傾向を見るため、母集団の  $P(p)$  平均値と標本数の違いを無視して、 $H$  と他の各指標との間の決定係数 ( $r^2$ ) の平均値を求めた。その結果、値の高い方から、 $\kappa$  (.76),  $\phi$  (.75),  $PC$  (.74),  $R$  (.74),  $\chi^2$  (.68) となった。これらのうち、 $\phi$  は、 $2 \times 2$  分割表の連関をあらわす規範的指標として最も広く利用されており、かつ決定係数平均値も高かったため、以下では、 $\phi$  についてさらに詳しく見ていくことにする。

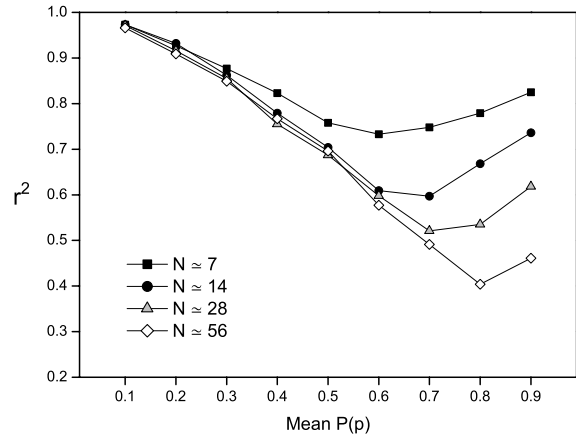


図 2 標本の  $H$  と標本の  $\phi$  の相関のシミュレーション結果。母集団  $P(p)$  の平均値と 1 回あたりの抽出標本数を様々に変化させて  $r^2$  値を求めた。

$H$  と標本  $\phi$  の関係 図 2 は、標本の  $H$  と  $\phi$  の決定係数を母集団の平均  $P(p)$  と標本数の組合せ別に示したものである。この図は、2 つの特徴を端的に示している。第 1 に、母集団の  $P(p)$  が低いときには、標本の  $H$ - $\phi$  間の相関が常に高いことがわかる。第 2 に、母集団の  $P(p)$  が高まるにしたがって標本の  $H$ - $\phi$  相関が下がり、しかも、標本数の増加にともない相関の低下が著しいことがわかる。

$H$  は、 $d$  のセル情報を使用しておらず、指標としては規範的ではない。この結果は、そのような  $H$  でも、 $P(p)$  が低いときには  $\phi$  の代用として十分機能することを示している。さらに、標本数が少ないときはより優秀な代用物と言える。つまり、稀少性仮説 (Oaksford & Chater, 1994) が成立する状況下においては、わざわざ  $\phi$  を計算しなくても、節約的な  $H$  の計算で済ませても問題ないということである。人間が注目する多くの現象のうち、少なくとも、条件文で表現される得る関係をもつ 2 事象間の関係のほとんどが稀少性の性質を備えているとすれば、そのような状況において、計算のコストを考慮した期待効用を最大にするのは、正確だがコストのかかる  $\phi$  の代りに、節約的な  $H$  を計算することだと言えるだろう。短期記憶の制限によって、どのみち多くの標本情報を利用できないとすれば、 $H$  はより  $\phi$  に近づくので、なおさら  $H$  で十分であると言える。

図 3 左は、母集団  $P(p)$  の平均値を .20 (稀少) とし、平均標本数を 28 とした場合の 500 組の標本の  $\phi$ - $H$  間の関係を示した散布図である。比較のために、右隣りに  $\phi$ - $\Delta P$  の散布図も示してある。図 3 左には、

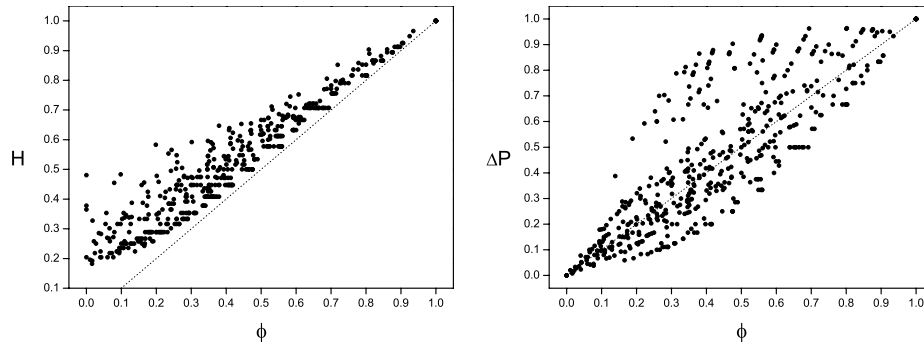


図3 標本の  $H$  と  $\phi$  (左),  $\Delta P$  と  $\phi$  (右) の散布図. 母集団  $P(p)$  の平均値を .20, 平均標本数を 28 として 500 組の標本を発生させた場合.

注意すべき2つの重要な特徴が顕れている。まず、 $H$  は  $\phi$  と単に相関が高いだけでなく、 $\phi$  が高いとき、すなわち、 $p$  と  $q$  の間に検出すべき関係が存在するとき、 $\phi$  との誤差がより少なくなっている（分布が先細りになっている）ことである。第2は、すべての点が、 $H = \phi$  のライン（図中の点線）より上側に分布していることである。すなわち、 $H$  は常に  $\phi$  よりも大きい値を示している<sup>2</sup>。これらの特徴は、図3右の  $\phi$ - $\Delta P$  散布図と対比するとより明確になる。

因果帰納とは、因果関係に関する一種の仮説検定である。一般に、仮説検定における誤りには、検出すべきものがないのに誤って検出してしまふ誤り（第1種の過誤）と、検出すべきものを見逃してしまう誤り（第2種の過誤）の2種類がある。推定統計学においては、第1種の過誤を統制することに重きが置かれている。それは、慎重な態度で真実を探究する科学においては極めて大切なことである。しかし、日常生活においては、第2種の過誤が致命的となる場合がある。例えば、自分がある言葉を発したということと、相手が不機嫌になったということの間の関係を検出し損なうと、相手との人間関係を損なうことになるかもしれない。このようなことが重なれば、社会的に取り返しがつかなくなる危険性すらある。一方、第1種の過誤は、迷信やジンクスなどのいわゆる根拠のない誤信念が相当する。これらは無害ではないとしても、第2種の過誤ほど重大な問題は引き起さないことが多い。第1種と第2種の過誤はトレードオフの関係にあるとすれば、第1種の過誤は多少許容してでも、第2種の過誤をできるだけ避けるようにする必要があるかもしれない。

図3に見られる  $H$  の特徴のうち、 $\phi$  が高い場合に予測が正確であること、また、 $H$  が  $\phi$  よりも常に高いことは、実際に存在する相関を見逃さず正確に検出できることを意味し、第2種の過誤がほとんどないことを示している。また、誤差の比較的大きいものが  $\phi$  の低い部分に分布しているのは、相関が存在しないときに多少間違っ検出してしまふことを意味し、第1種の過誤の存在を示している。つまり、 $H$  は適応上重要なヒューリスティクスとしての性質を満たしていることがわかる。

$H$  と母集団  $\phi_0$  の関係 ここまでは、標本における指標間の関係、特に  $H$  と  $\phi$  の関係を見てきた。しかし、仮説検定において本当に知りたいことは、母集団において  $p$  と  $q$  の関係がどうなっているかということである。すなわち、標本の  $\phi$  ではなく、むしろ母集団の  $\phi$  が問題となる。以下では、混乱を避けるため、母集団の  $\phi$  を  $\phi_0$  とあらわし、単に  $\phi$  と書くときは標本の  $\phi$  をあらわすとする。標本から母集団の  $\phi_0$  を推定する場合、多項抽出モデルにおいては、 $\phi$  は  $\phi_0$  の最尤推定値となる（例えば、Bishop, Fienberg, & Holland, 1975）。とは言っても、標本数を少数に限定すれば、当然ながら推定の精度は下がる。本シミュレーションで標本数を少数に限定したのは、作業記憶の容量を想定してのことであった。しかし、DHモデルの指標  $H$  は、セル  $d$  の頻度を考慮しないものであった。頻度を考慮しない以上、作業記憶にとどめておく必要はない。したがって、DHモデルの場合、実際には標本数  $N$  ではなく  $a + b + c$  が作業記憶の容量限界内に収まればよいことになる。すなわち、作業記憶にとどめおくべき標本の数を  $N_w$  とすると、DHモデルの場合は

<sup>2</sup>  $H \geq \phi$  の関係は、定義から理論的に導くことができる。

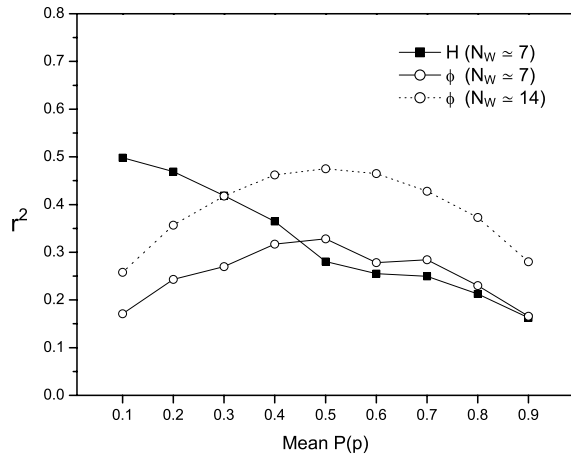


図4 標本の  $H$  および  $\phi$  の母集団の  $\phi_0$  との相関のシミュレーション結果。1回あたりの抽出標本数は7個程度(または14個程度)。ただし、指標値に関係のないセル値( $H$  にとっての  $d$ ) は標本数にカウントしない場合。

$N_W = a + b + c$ , それ以外のモデル(表4の  $C$  を除く)の場合は  $N_W = N = a + b + c + d$  となる。そこで,  $N = 7 \pm 2$  ではなく,  $N_W = 7 \pm 2$  となるよう  $N$  を定めることにし, 指標  $H$  および  $\phi$  について,  $\phi_0$  との相関関係を再度シミュレートした。これは, 指標値計算に関係のないセル( $H$  の場合  $d$ ) の情報は無視して, 意味のある情報の数 ( $N_W$ ) が作業記憶の限界に達するまで標本抽出を続けることに相当する。シミュレーションの結果が, 図4に示されている。この結果を見ると, 母集団の平均  $P(p)$  が .10 から .40 くらいまでの範囲においては,  $H$  は  $\phi$  以上に  $\phi_0$  との相関が高く,  $\phi_0$  を非常によく予測することがわかる。特に,  $P(p)$  が .10 から .30 の範囲においては, 標本数を2倍 ( $14 \pm 4$  個程度) にしたときの  $\phi$  を上回る精度が得られることがわかる。

### 3.3 シミュレーション2: 効率性

現実世界で因果関係の認知が発生するような場面においては, 判断の材料となる事例は, 時系列的に1つずつ与えられることが多い。このような逐次的標本抽出においては, いかに早い段階で適切な結論を出すことができるかも重要である。すなわち, 母集団における2事象間の関連性を, できるだけ少ない標本数から比較的正確に予測することが求められる。もちろん, 標本抽出を切り上げるのが早ければ早いほど, 正確さを犠牲にすることになり, そこにはやはりトレードオフの関係を見ることができるとは, もし,

同程度の正確さをより少ない標本から得ることが期待できる方法があれば, それが望ましいことになる。指標の性質についてこのような観点から明らかにするため, 標本数の増加に伴って指標値がどのように収束するかをシミュレーションにより調べた。

#### 3.3.1 方法

シミュレーション1と同様, 双条件性仮説を前提として, 原因候補事象  $p$  と結果事象  $q$  の生起確率は等しいとした。すると, 母集団  $\phi_0$  と  $P(p)$  の2つのパラメータによって母集団の確率的特性が決定する<sup>3</sup>。そこで,  $\phi_0, P(p)$  を任意に定めた母集団から, 標本数を1個からスタートして1つずつ増やし, 30個まで逐次無作為抽出を行い, 標本個数  $N (1 \leq N \leq 30)$  の増加にしたがって各種標本指標が収束の様子を見た。ここでは, 稀少性仮説を考慮して  $P(p) = P(q) = .20$  とした。このような抽出を5000回実施し, 各  $N$  における指標値の平均と標準偏差を求めた。

なお, 標本数が少ない段階においては, 頻度が0のセルが複数存在することにより指標値を計算できない場合が発生するが, そのような場合は欠損値として処理した。特に標本数1個の場合,  $H$  については, その標本が  $a$  のセルに属する場合しか指標値 (= 1) が定義されないため, 平均値は必ず1となる。また,  $\phi$  と  $\Delta P$  に関しては, 1個の標本がどのセルであっても指標値は定義されないため,  $N = 1$  の場合の平均値は存在しないことになる。

#### 3.3.2 結果および考察

シミュレーションの結果は, 図5に示されている。ここには, 標本数が増えるにしたがって, 標本指標値が収束の様子が描かれている。図5の左は母集団  $\phi_0 = .80$ , 右は  $\phi_0 = .20$  の場合で, 5000回の逐次標本抽出による各標本数における各指標値 ( $H, \Delta P, \phi$ ) の平均と標準偏差が示されている。また, 点線で示されているのは, シミュレーション1と同様, 作業記憶にとどめおくべき標本の数  $N_W$  を統制した場合の指標  $H$  の収束の様子である。

まず,  $\phi_0 = .80$  (図5左) の場合の平均値のグラフを見ると,  $H$  と  $\phi$  は緩かに収束しているのがわかる。 $H$  の収束値が大きいため,  $H$  の方がラインが上に位置しているが, 収束の速度そのものはほとんど変わらないように見える。それに対し,  $\Delta P$  は最初(2個め)からほとんど値が変化せず, ほぼ収束しているよ

<sup>3</sup>  $P(p, q)$  と  $\phi_0$  の間には, 次の関係がある。 $P(p, q) = xy + \phi_0 \sqrt{xy(1-x)(1-y)}$ 。ただし,  $x = P(p), y = P(q), \bar{x} = 1 - x, \bar{y} = 1 - y$ 。



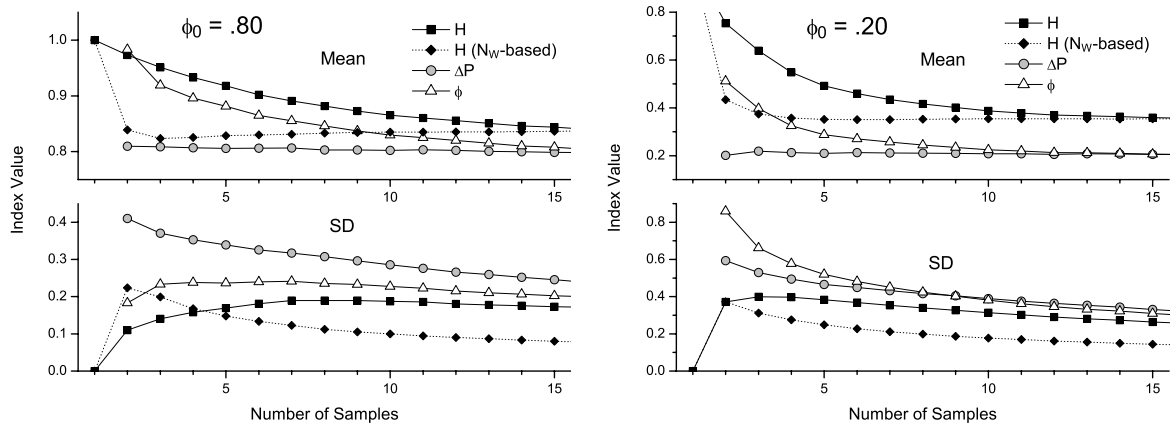


図5 標本数の増加にしたがって標本指標値 ( $H$ ,  $\Delta P$ ,  $\phi$ ) が収束する様子のシミュレーション結果 (逐次標本抽出を 5000 回実施). 母集団  $\phi_0 = .80$  (左), および  $\phi_0 = .20$  (右) の場合. 縦軸は, 各標本数における各指標値の平均値および標準偏差. 横軸は標本数  $N$  (ただし,  $N_W$  ベースの  $H$  については, 作業記憶中の標本個数).

うに見える. また,  $N_W$  に基づく  $H$  の方は, 2 個めで既にほぼ安定しているように見える.

しかし, 平均値だけでは指標値の信頼性はわからない. 信頼性の測度としては, 母集団平均の信頼区間を知る必要がある. 標準偏差が小さければ小さいほど信頼区間は狭まり, その指標値から得られる情報は増大する. 標準偏差の収束の様子をあらわす図を見ると, 最初から収束しているように見えた  $\Delta P$  は, 実は標準偏差が非常に大きく, あまり信用できない指標であることがわかる. 一方, 平均値の収束速度はあまり変わらないように見えた  $H$  と  $\phi$  は, 実は  $H$  の方が若干標準偏差が小さく, より信頼性が高いことがわかる. 一方,  $N_W$  に基づく  $H$  は標準偏差が小さく, 平均値の安定の早さを考え合わせると, この指標が極めて信頼できることがわかる.

次に,  $\phi_0 = .20$  (図 5 右) の場合であるが,  $H$  の収束値がやや高めな点と, 全体に標準偏差が大きめな点を除けば,  $\phi_0 = .80$  の場合と類似した傾向が見られる. この場合も,  $N_W$  に基づく  $H$  は平均値の安定が早く, かつ標準偏差も小さいため, 最も信頼できる指標であることがわかる.

以上をまとめると, 因果帰納に無関係な事例を無視しながら標本抽出を行う場合 ( $N_W$  ベースの場合),  $H$  は, 母集団  $\phi_0$  自体の高低に関わらず, 最も収束が早く, かつ分散も小さい, 極めて優れた  $\phi_0$  の推定値を提供する. また, すべての標本を作業記憶にとどめおく場合でも,  $H$  は,  $\phi$  や  $\Delta P$  に比べると分散が小さく, 比較的信頼性できる  $\phi_0$  推定値となることがわかった.

### 3.4 2つのシミュレーションの含意

二要因ヒューリスティックス・モデルの際立った記述的妥当性 (服部, 2001c) と, 因果推論が外界の認識のために進化の過程で獲得された自然淘汰による最適化の産物であるという観点 (戸田, 1986) の2つを前提とすれば, これらのシミュレーション結果は, そこで制約とされた短期記憶の容量限界, 双条件性仮説, 稀少性仮説という3つの仮説の妥当性を示していると捉えることができる. 3つの仮説のうち, 短期記憶の容量限界については, Miller (1956) 以降, これまでの心理学的研究から十分な根拠がある (例えば, Kareev, 2000, なども参照) ことから, ここでは, 残りの2つの仮説の妥当性が裏づけられたと言えよう. つまり, 人間は現実には, 2事象間の双条件的関係を表現するために条件文を用い, また, 生起確率の低い事象をとりあげて, それらの間の関係を表現するために条件文を用いていると言える.

## 4 稀少性と双条件性の適応性

従来, 演繹的推論課題とされてきた Wason 課題を, 仮説検証の観点から確率的に定式化して捉え直すことにより, 非論理的と思われてきた解が, 稀少性仮説 (Oaksford & Chater, 1994) のもとで, 合理的な選択であることがわかった. さらに, 注意深く分析してみると, 被験者は, 与えられた条件文の双条件性も仮定していることがわかった. 一方,  $2 \times 2$  分割表に関する指標を用いた2つのシミュレーションから, 二要因ヒューリスティックス・モデルの指標  $H$  は, 稀少性と双条件性を前提とする環境において  $\phi$

の効率的な代替指標であり，最も有効なヒューリスティックスであることがわかった．つまり，Wason 課題では，最適データ選択の前提として稀少性と双条件性が想定され，因果帰納では，稀少性と双条件性を満たす関係性の検出のために，最も有効で効率的なヒューリスティックスが使用されているということになる．

以上の分析と考察によって明らかになったことは，人間の言語（特に条件文）や概念の運用において，実際に稀少性と双条件性が前提とされており，おそらくそうすることが何らかの意味で都合がよいということである．では，稀少性や双条件性はどのような認知的メリットをもたらすのだろうか．おそらく，そこには，低エントロピー指向性と認知的方向性 (cognitive directionality) (服部, 2000) という 2 つのキーワードが関係するだろう．ある特定の注目するカテゴリー  $q$  と，任意のカテゴリー  $p$  があるとき， $P = \{p, \bar{p}\}$ ， $Q = \{q, \bar{q}\}$  とすると， $P$  の情報を知ることによって減ぜられる  $Q$  のエントロピーは， $H(Q) - H(Q|P)$  であり，これは， $P(p) = P(q) = P(p, q)$  と  $P(p) = 1 - P(q)$ ， $P(p, q) = 0$  のとき最大値をとる．前者は通常の変条件性，後者は  $\neg p$  と  $q$  の変条件性を表し，稀少性仮説を前提とすれば，前者のみが解となる．つまり，注目するカテゴリー  $q$  を説明する  $p$  を探すとき，できるだけ変条件的関係にあるカテゴリーを探した方が，仮説検証過程における期待獲得情報量が高くなる．期待獲得情報量を求める傾向は，QODS モデルの前提となっている低エントロピー指向性と同じものである．

2 つの事象  $p$  と  $q$  が完全に変条件的関係であれば，両者は論理的にも確率的にも可換である．つまり，少なくともこれまでのような形式化においては，因果関係における原因と結果の区別がつかないことになる．しかし，実際の人間は，原因と結果を取り違えることはあまりない．そこにはおそらく，因果のしくみに関する背景知識も大きく関わっていると思われるが，志向性，嗜好性，意図性，価値などを含む認知的方向性の役割も無視できないと思われる (服部, 2000)．実際，動機づけなどの認知的方向性が関係性検出の効率を上げるという示唆的な実験結果も得られており (服部・中島・中川, 2002)，さらなる理論的整備も含めて，今後の研究が最も期待されるトピックである．

## 引用文献

- Allan, L. G. (1993). Human contingency judgments: Rule based or associative? *Psychological Bulletin*, 114, 435–448.
- Allan, L. G., & Jenkins, H. M. (1980). The judgment of contingency and the nature of the response alternatives. *Canadian Journal of Psychology*, 34, 1–11.
- Anderson, J. R. (1990). *The adaptive character of thought*. Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Beattie, J., & Baron, J. (1988). Confirmation and matching biases in hypothesis testing. *The Quarterly Journal of Experimental Psychology*, 40A, 269–297.
- Bishop, Y. M. M., Fienberg, S. E., & Holland, P. W. (1975). *Discrete multivariate analysis: Theory and practice*. Cambridge, MA: The MIT Press.
- Boole, G. (1854/1958). *An investigations of the laws of thought on which are founded the mathematical theories of logic and probabilities*. New York, NY: Dover.
- Cheng, P. W. (1997). From covariation to causation: A causal power theory. *Psychological Review*, 104, 367–405.
- Cheng, P. W., & Novick, L. R. (1992). Covariation in natural causal induction. *Psychological Review*, 99, 365–382.
- Chrostowski, J. J., & Griggs, R. A. (1985). The effects of problem content, instructions, and verbalization procedure on Wason's selection task. *Current Psychological Research and Reviews*, 4, 99–107.
- Cohen, J. (1960). A coefficient of agreement for nominal scales. *Educational and Psychological Measurement*, 20, 37–46.
- Evans, J. St. B. T., & Lynch, J. S. (1973). Matching bias in the selection task. *British Journal of Psychology*, 64, 391–397.
- Evans, J. St. B. T., Newstead, S. E., & Byrne, R. M. J. (1993). *Human reasoning: The psychology of deduction*. Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Geis, M. L., & Zwicky, A. M. (1971). On invited inferences. *Linguistic Inquiry*, 2, 561–566.
- Good, I. J. (1961). A causal calculus (I). *The British Journal for the Philosophy of Science*, 11, 305–318.
- Goodman, L. A., & Kruskal, W. H. (1954). Measures of association for cross classifications. *Journal of the American Statistical Association*, 49, 732–764.
- Griggs, R. A. (1984). Memory cueing and instructional effects on Wason's selection task. *Current Psychological Research and Reviews*, 3, 3–10.
- Griggs, R. A., & Cox, J. R. (1982). The elusive thematic-materials effect in Wason's selection task. *British Journal of Psychology*, 73, 407–420.
- 服部 雅史. (2000). 問題解決としての論理的推論 条件文の方向性に関する実験的検討. 『立命館教育科学研究』, 16, 21–32.
- 服部 雅史. (2001a). 因果帰納の二要因ヒューリスティックス・モデル. 『認知科学』, 8, 444–453.
- 服部 雅史. (2001b). 因果推論の適応的合理性 二要因

- ヒューリスティックモデルの検討. 『日本認知科学会第18回大会論文集』(pp. 140–141). はこだて未来大学. 服部 雅史. (2001c). 『共変動検出としての因果帰納の適応的ヒューリスティックス』. 日本心理学会第65回大会ワークショップ:「因果推論をめぐって」発表資料. (11月7日, 筑波大学)
- Hattori, M. (2002). A quantitative model of optimal data selection in Wason's selection task. *The Quarterly Journal of Experimental Psychology*, 55A, 1241–1272.
- 服部 雅史・中島 功滋・中川 正宣. (2002). 『規則帰納における方向性』(テクニカルレポート No. 43). 日本認知科学会.
- Hoch, S. J., & Tschirgi, J. E. (1985). Logical knowledge and cue redundancy in deductive reasoning. *Memory & Cognition*, 13, 453–462.
- Holland, J. H., Holyoak, K. J., Nisbett, R. E., & Thagard, P. R. (1986). *Induction: Processes of inference, learning, and discovery*. Cambridge, MA: The MIT Press.
- Inhelder, B., & Piaget, J. (1958). *The growth of logical thinking from childhood to adolescence: An essay on the construction of formal operational structures* (A. Parsons & S. Milgram, Trans.). London: Routledge & Kegan Paul.
- Jenkins, H. M., & Ward, W. C. (1965). Judgment of contingency between responses and outcomes. *Psychological Monographs: General and Applied*, 79, 1–17.
- Kareev, Y. (2000). Seven (indeed, plus or minus two) and the detection of correlations. *Psychological Review*, 107, 397–402.
- Kirby, K. N. (1994). Probabilities and utilities of fictional outcomes in Wason's four-card selection task. *Cognition*, 51, 1–28.
- Manktelow, K. I., & Evans, J. St. B. T. (1979). Facilitation of reasoning by realism: Effect or non-effect? *British Journal of Psychology*, 70, 477–488.
- Manktelow, K. I., & Over, D. E. (1991). Social roles and utilities in reasoning with deontic conditionals. *Cognition*, 39, 85–105.
- McCarthy, J., & Hayes, P. J. (1969). Some philosophical problems from the standpoint of artificial intelligence. In D. Michie (Ed.), *Machine intelligence* (Vol. 4, pp. 463–502). Edinburgh: Edinburgh University Press.
- Mill, J. S. (1843/1973). *A system of logic ratiocinative and inductive: Being a connected view of the principles of evidence and the methods of scientific investigation* (Vols. 7, 8). Toronto: Canada: University of Toronto Press. (Original work published 1843)
- Miller, G. A. (1956). The magical number seven, plus or minus two: Some limits on our capacity for processing information. *Psychological Review*, 63, 81–97.
- Oaksford, M., & Chater, N. (1991). Against logicist cognitive science. *Mind & Language*, 6, 1–38.
- Oaksford, M., & Chater, N. (1994). A rational analysis of the selection task as optimal data selection. *Psychological Review*, 101, 608–631.
- Oaksford, M., & Stenning, K. (1992). Reasoning with conditionals containing negated constituents. *Journal of Experimental Psychology: Learning, Memory, and Cognition*, 18, 835–854.
- Read, T. R. C., & Cressie, N. A. C. (1988). *Goodness-of-fit statistics for discrete multivariate data*. New York: Springer-Verlag.
- Rescorla, R. A. (1968). Probability of shock in the presence and absence of CS in fear conditioning. *Journal of Comparative and Physiological Psychology*, 66, 1–5.
- Rips, L. J., & Marcus, S. L. (1977). Supposition and the analysis of conditional sentences. In M. A. Just & P. A. Carpenter (Eds.), *Cognitive processes in comprehension* (pp. 185–220). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Staudenmayer, H. (1975). Understanding conditional reasoning with meaningful propositions. In R. J. Falmagne (Ed.), *Reasoning: Representation and process in children and adults* (pp. 55–79). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Suppes, P. (1970). *A probabilistic theory of causality*. Amsterdam: North-Holland.
- Tanner, W. P., Jr., & Swets, J. A. (1954). A decision-making theory of visual detection. *Psychological Review*, 61, 401–409.
- Taplin, J. E. (1971). Reasoning with conditional sentences. *Journal of Verbal Learning and Verbal Behavior*, 10, 219–225.
- 戸田 正直. (1986). 因果関係の認知について. 『行動計量学』, 14, 60–70.
- Valentine, E. R. (1985). The effect of instructions on performance in the Wason selection task. *Current Psychological Research and Reviews*, 4, 214–223.
- Ward, W. C., & Jenkins, H. M. (1965). The display of information and the judgment of contingency. *Canadian Journal of Psychology*, 19, 231–241.
- Wason, P. C. (1966). Reasoning. In B. M. Foss (Ed.), *New horizons in psychology* (pp. 135–151). Harmondsworth, Middlesex, UK: Penguin Books.
- Wason, P. C. (1968). Reasoning about a rule. *The Quarterly Journal of Experimental Psychology*, 20, 273–281.
- Yachanin, S. A. (1986). Facilitation in Wason's selection task: Content and instructions. *Current Psychological Research and Reviews*, 5, 20–29.