

渦巻きを見る 脳の数学的 テクニック

自然界には美しいものがたくさんある。とりわけ私が美しいと思うのは、カタツムリの殻や台風の雲などに見られる螺旋（らせん）・渦巻き模様だ。

このような幾何学的造形はどのようにつくられるのか。なぜ螺旋や渦巻き模様を美しく感じるのだろうか。後者については後で述べるが、前者の答えは意外に簡単だ。まずは螺旋の幾何学から始めよう。

螺旋にはいろいろな種類があるが、最も親しまれているのは「アルキメデスの螺旋」と「ベルヌーイの螺旋」だろう。アルキメデスの螺旋（図A）は、蚊取り線香のような渦巻きだ。極座標系では $r=a\theta$ と表される。変数 θ は回転角、 a は定数、 r は中心からの距離だ。中心からの距離が回転角に比例して大きくなるので、曲線は等間隔に並ぶことになる。アルキメデスの螺旋の作り方は簡単で、紙や布を巻いたり、紐をコマに巻きつけるようなことを行えばよい。

一方のベルヌーイの螺旋（図B）は、カタツムリやオウム貝の殻などに見られる美しい幾何学的な曲線だ。極座標系では $r=a \cdot \exp(k\theta)$ と表される。 θ は回転角、 a と k は定数、 r は中心からの距離である。

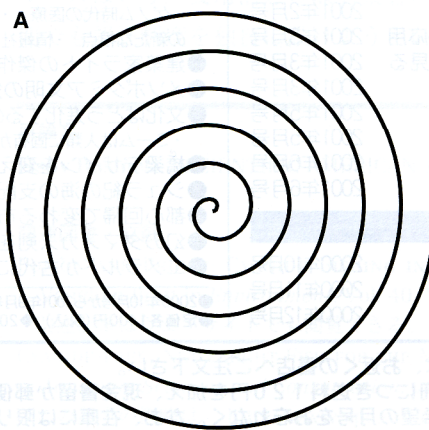
ベルヌーイの螺旋には別名が2つあ

って、対数螺旋や等角螺旋と呼ばれることもある。前者は方程式に指数関数が含まれているからだろう。一方、等角螺旋と呼ばれるのは、この螺旋上の点と中心を結ぶ線と、その点に接する線とのなす角が一定であるという性質があるからだ。この角の鋭角側を ϕ とすると、 $k=1/\tan \phi$ ($0^\circ < \phi < 90^\circ$) という関係がある。

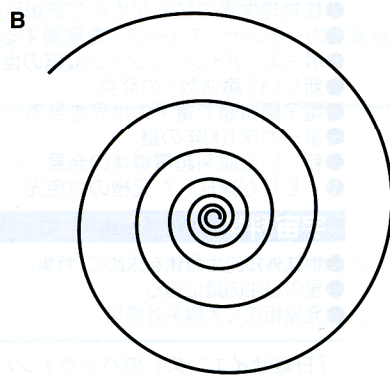
ベルヌーイの螺旋を描くには、中心を定めて、中心からその点を結ぶ線と一定の角をなす方向に線を描けばよいわけだ。

私たちが螺旋を知覚する時も実は同様で、中心を定めて、中心からある点を結ぶ線とその点における曲線の接線のなす角が一定であればベルヌーイの螺旋と判断できる。もちろん端点も重要だが、右ページの図Cや98ページの図Dのように、端点は螺旋の知覚に不可欠というわけではない。

ところで、サル脳の高次視覚領野には、対象を極座標系を用いて識別するかのように振る舞うニューロンがあることがわかっている。同心円パターンによく応答するニューロン、放射状パターンによく応答するニューロンなどが知られている。ヒトの視覚系における心理物理学の研究結果でも、平行にずれたパターンを検出するより、同



アルキメデスの螺旋 極座標系で $r=a\theta$ と表される曲線である。日本では蚊取り線香の形として親しまれている。



ベルヌーイの螺旋 巻貝などの螺旋形として自然界によく見られる曲線で、極座標系では $r=a \cdot \exp(k\theta)$ と表される。螺旋上の点と中心を結ぶ線とその点に接する線とのなす角 ϕ は一定であり、この図では $\phi=85^\circ$ だ。

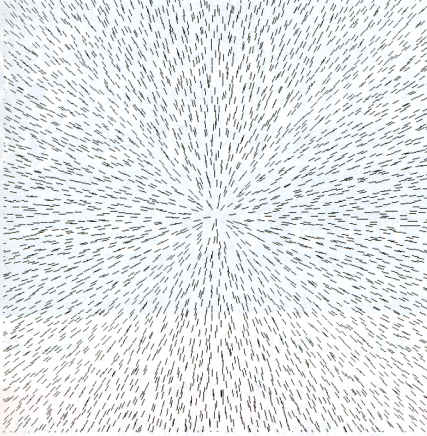
著者

北岡明佳（きたおか・あきよし）

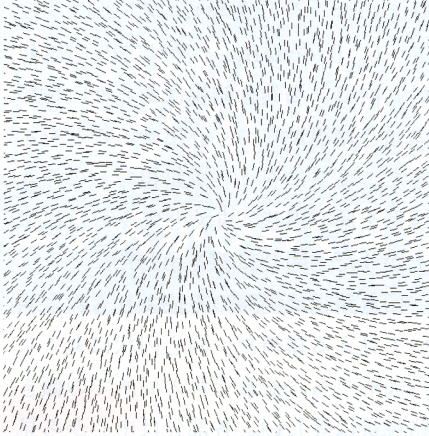
立命館大学文学部助教授。1961年生まれ。高知県出身。91年筑波大学大学院博士課程修了。東京都神経科学総合研究所主事研究員を経て2001年4月から現職。専門は視覚の心理物理学。

C

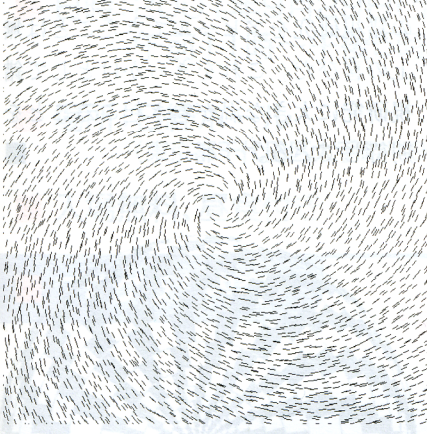
$\phi = 0^\circ$



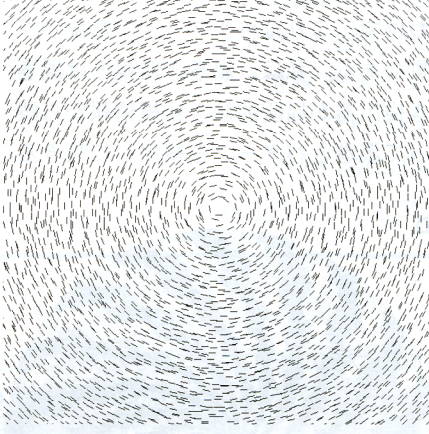
$\phi = 25^\circ$



$\phi = 65^\circ$



$\phi = 90^\circ$



様々なベルヌーイの螺旋の渦巻きパターン

$\phi = 0^\circ$ では渦巻きではなく放射状パターンとなる。
 $\phi = 25^\circ$ では急な渦巻きに、 $\phi = 65^\circ$ ではゆるやかな渦巻きとなり、 $\phi = 90^\circ$ の時には同心円パターンとなる。
 放射状パターンも同心円パターンも渦巻きパターンの特別な場合と考えることができる。

心円や放射状のパターンを検出する能力が大きいことがわかっている。

それでは、渦巻きパターンに選択的に応答するニューロンはあるのだろうか。神経生理学の研究からそれを支持する証拠が見つかってはいるが、まだ確実というわけではない。一方、心理物理学的に渦巻きパターンの検出力を調べた研究はない。渦巻きは同心円や放射状パターンとは違った特殊な形だという先入観が研究者にあるからだと思われる。

ところが、ベルヌーイの螺旋をよく考察すると、同心円や放射線は螺旋と数学的に連続しており、これらは螺旋の特殊な形態ともいえる。 ϕ が 90° の

時は半径 a の円だし、 ϕ が 0° の時は中心から $\theta = 0$ 方向に伸びる半直線となるのだ(図C)。

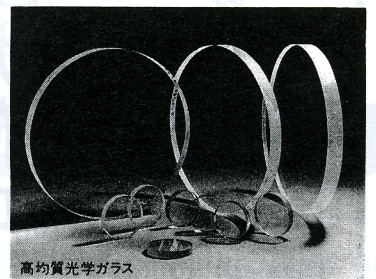
私と行場次朗(東北大学助教授)の予備実験では、渦巻きパターンの検出力は同心円や放射状パターンの検出力に匹敵したことから、渦巻きパターンに選択的に応答するニューロンが高次視覚分野に存在すると考えられる。

このほかにも、渦巻きパターン検出器の存在を支持する視覚的現象がある。渦巻き錯視だ。同心円に配列したパターンが渦巻きに見えるという錯視で、フレーザー(J. Fraser)が1908年に発表したフレーザー錯視と呼ぶ例が有名だ。

努力の結果が
進歩です。



私たちは明るい努力家です。
 時代の先駆者として
 ハイテクガラスを開発し
 影の立役者として
 科学の進歩を支えます。
 豊かな未来を創るためなら
 今日の苦労は明日の意欲。
 オハラはいつも
 未来の可能性にチャレンジします。



高約光学ガラス

興味をお持ちの方は
下記まで資料を御請求下さい。

OHARA
 株式会社 オハラ

〒229-1186 神奈川県相模原市小山1-15-30
 TEL 042(772)2101代 FAX 042(774)2314
 URL : <http://www.ohara-inc.co.jp/>

<資料請求番号97>

学生割引受付中!
年間予約購読
1冊あたり1000円!!
(1部定価1400円のところ)

ますますパワーアップ、日経サイエンス
ますます定期購読お申し込みを!

- ◆サイエンティフィック・アメリカン誌との全面提携
- ◆ノーベル賞受賞者をはじめ、超一流の執筆陣
- ◆写真、イラストを豊富に使ったグラフィカルで美しい誌面構成
- ◆役に立つコラム、連載も盛りだくさん

(綴じ込みハガキに必要な事項をご記入の上、小社へお申し込み下さい。)



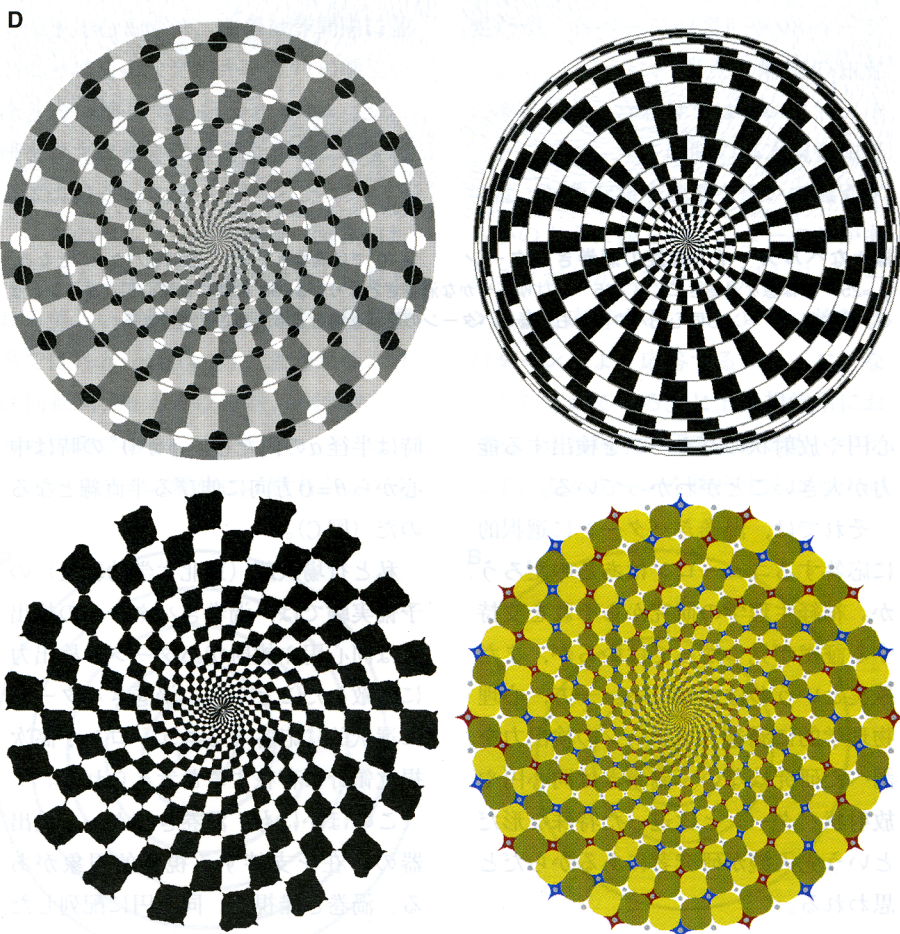
今年、私とピンナ (B. Pinna, イタリアのサッサリ大学)、ブレルスタッフ (G. Brelstaff, イタリアのCRS4) は共同で、渦巻き錯視はあらゆる種類の傾き錯視からつくり出せることを示した。カフェウォール錯視などの傾き図形を同心円状に丸くしてやれば出来上がりだ。図Dに例を示した。

傾き錯視は実際の方位よりも数度傾いて見える錯視だ。同心円状に丸くした図形でも、それぞれの局所での傾き錯視量は等しい。各部分は中心から見て同じ方向に傾いて見えているというわけで、これはベルヌーイの螺旋の性質である。私は、渦巻き錯視とは渦巻き検出器が局所的傾き錯視情報から誤って渦巻きパターンを検出して起きる

現象だろうと推定している。

ここで、なぜ螺旋や渦巻き模様は美しく感じるのかという冒頭の問いに立ち返ってみよう。私の想像だが、脳の特徴検出器が最大の応答をするような純粋な刺激を与えられた時、私たちは刺激対象を美しいと感じるようになっているのではないか。もちろん、この想像の前提には、ベルヌーイの螺旋を選択的に検出するニューロンが脳に存在するという仮定がある。

この連続コラム「錯視のデザイン学」は今回が最終回。読者の皆さんに最新の錯視研究をアピールできたことは無上の喜びだ。これをきっかけとして錯視研究に大きな渦が巻き起こることを期待している。 ■



渦巻き錯視図形 左上の作品「雷さん」は灰色の同心円が右回りで中心に向かう渦巻きに見え、右上の「渦巻きあんぱん」では左回りで中心に向かう。左下の「深海」は同心円配列の縁が左回りで中心に向かい、右下の「神経回路」では同心円の「ニューロン」の配列が同様の渦巻きに見える。「深海」と「神経回路」では放射線の側にも渦巻き錯視が起き、左回りで中心に向かう急な渦巻きを知覚できる。